www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

ÉCOLE SUPÉRIEURE LIBRE DES SCIENCES COMMERCIALES APPLIQUÉES

SESSION DE 1989 MATHÉMATIQUES 2ÈME ÉPREUVE DURÉE 2 H - COEFFICIENT 2

EXERCICE 1 :

Une assemblée générale de copropriétaires, constituée de 3N personnes, vote pour l'adoption d'un projet proposé par un groupe A de p personnes faisant partie de l'assemblée, ($p < N$). Ce projet, pour être accepté, doit recueillir au moins les 2/3 des voix des 3N copropriétaires présents.
On suppose que les membres de A votent tous, sans exception, pour l'adoption de leur projet et que les autres votent de manière indépendante avec une probabilité égale à 1/2 en faveur du projet, 1/2 contre celui-ci.
On suppose de plus que tous les copropriétaires votent et qu'il n'y a ni bulletin nul, ni bulletin blanc.

Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de voix n'appartenant pas à A favorables au projet.

1°) Déterminer une expression de la probabilité P pour que le projet soit adopté, en fonction de p et N.

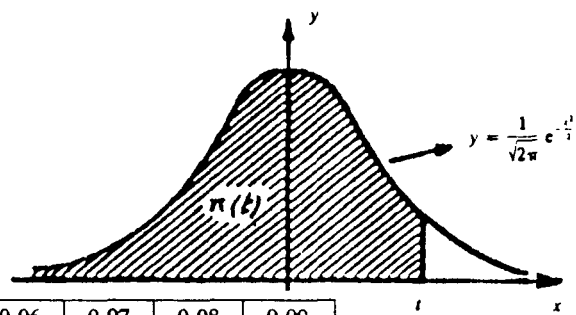
2°) Montrer que si N satisfait à certaines conditions, la loi de X peut être approximée par une loi normale dont on précisera les paramètres.

3°) On choisit $N = 20$ et $p = 11$.

a) Justifier l'approximation faite à la question 2°).

b) Calculer P à partir de cette approximation.

Fonction de répartition de la loi normale



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 3	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,933 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

EXERCICE 2 :

On considère les matrices A et B suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -5/2 & -1/2 & 1/2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -3/2 & 3/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

On admettra que A et B commutent :

1°) Montrer que A est semblable à la matrice diagonale $D = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Montrer que B est semblable à la matrice diagonale $D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$.

En déduire les sous-espaces propres de A et B.

2°) On considère l'équation matricielle (E) : $X^2 + DX + D' = 0$ où X est une matrice carrée d'ordre 3 à déterminer et 0 la matrice nulle d'ordre 3.

a) Déterminer toutes les matrices *diagonales* solutions de l'équation (E).

b) En déduire des solutions particulières de l'équation matricielle (E') :

$$X^2 + AX + B = 0.$$

EXERCICE 3 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}^+$ par $f(x) = (1-x)\sqrt{x}$.
λ désignant un paramètre réel de l'intervalle $]0, 1[$:
on pose $f_\lambda(x) = f(x-\lambda)$.

1°) a) Montrer que les courbes représentatives des fonctions f_λ et f ont en commun un point et un seul, dont on calculera l'abscisse x_λ.

b) Déterminer la limite de x_λ lorsque λ tend vers 0.

2°) Soient a et b deux nombres réels positifs tels que $a < b$; et soit F une fonction numérique définie, continue sur $[0, b]$, dérivable sur $]0, b[$, nulle pour 0 et pour b, strictement croissante sur $[0, a]$ et strictement décroissante sur $[a, b]$.

λ désignant un paramètre réel de l'intervalle $]0, b[$;
on pose $F_\lambda(x) = F(x-\lambda)$.

Montrer que les courbes représentatives des fonctions F_λ et F ont en commun un point et un seul dont l'abscisse X_λ tend vers a lorsque λ tend vers 0.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail